

## Rappels sur le pseudo code

Le pseudo code d'un algorithme débute toujours par les caractéristiques suivantes :

- Nom de l'algorithme
- Données (en entrée)
- Résultats (en sortie)
- Initialisation des variables locales

# Rappels sur les structures utilisées dans les algorithmes

- Bloc « tant que » :  
Structures répétitives (tant que)

Tant que CONDITION faire instruction ;  
Instruction ;  
Fin tant que

- bloc « si » :  
Structures alternatives (si) => exécution exclusive.

Si CONDITION alors instruction si vrai  
Sinon instruction si faux  
Fin si

# Rappels sur les structures utilisées dans les algorithmes (suite)

▪ Bloc « pour » :

pour l allant de d à f faire instruction ; //séparateur d'instruction  
Instruction ;  
Fin pour

▪ bloc début

début  
instruction ;  
instruction ;  
Fin

▪ Tableaux

A[i] élément du tableau avec A[0] 1er élément du tableau

▪ Chaînes de caractère : « »

▪ Affectation : A ← 14



Algorithme Recherche Linéaire  
représentation graphique

4	17	5	179	16	8	16	50
---	----	---	-----	----	---	----	----

Exemple : trouver la valeur 179 dans le tableau ci-dessus

## Algorithme Recherche Linéaire pseudo code

Algo : recherche-lineaire

Entrée : 1 tableau T, 1 variable v

Sortie : 1ère position de v dans T ou (-1) si v n'est pas dans T

Variable locale : pos

Pos  $\leftarrow$  0

Tant que **pos < taille T**

et **T(pos) != v** faire

**Pos  $\leftarrow$  pos + 1**

fin tant que

si pos  $\geq$  taille T alors retourner -1


sinon retourner pos

fin si




## Algorithme Recherche Linéaire 1ère implémentation scheme

```
(define (recherche-lineaire T v)
  (let ((pos 0))
    (let (boucle ())
      (if (<= pos (vector-length T))
          -1
          (if (equal? V (vector-ref T pos))
              pos
              (begin
                (set! Pos (+ 1 pos))
                (boucle)))))))
```



## Algorithme Recherche Linéaire 2éme implémentation scheme

```
(define (recherche-lineaire T v)
  (let (boucle ((pos 0))
        (if (<= pos (vector-length T))
            -1
            (if (equal? V (vector-ref T pos))
                pos
                (boucle (+ 1 pos)))))))
```




## Algorithme Recherche Linéaire comptage des opérations

3 opérations significatives ont été notées en rouge dans le pseudo code.

L'exercice consiste à compter la réalisation ces 3 opérations dans le cas d'1 recherche dans 1 tableau à n cases.

Dans 1 tableau à n cases, chaque cas a 1 probabilité égale à  $1/n$  de se produire.





## Algorithme Recherche Linéaire comptage des opérations

Quel est le nombre moyen d'opérations réalisées dans l'algorithme ?

$$0 \cdot 1/n + 1 \cdot 1/n + 2 \cdot 1/n + \dots + (n - 1) \cdot 1/n$$

Cela équivaut à faire

$$(1 + 2 + \dots + (n - 1))/n$$

Réalisation de la somme de Gauss :


L'astuce est de poser la somme DEUX fois

On écrit la somme de droite à gauche (ordre décroissant)

Et aussi de gauche à droite (ordre croissant)

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + (m - 1) + m \quad m \text{ termes}$$

$$S = m + (m - 1) + \dots + 2 + 1 \quad m \text{ termes}$$



## Algorithme Recherche Linéaire comptage des opérations

$$2S = (m + 1) + (m + 1) + (m + 1) + \dots + (m + 1)$$

$$2S = (m + 1) * m$$


Soit

$$\mathbf{S = m(m + 1)/2 ; formule générale}$$

Dans notre cas particulier, nous avons 1 somme des  $(n - 1)/n$  premiers termes.  
En appliquant la formule, cela donne :

$$S = n(n - 1)/2n \text{ soit}$$

$$S = (n - 1)/ 2$$



# Algorithme Recherche Linéaire

## Croissance des algorithmes

Algorithme en  $O(n)$

F est élément de  $O(g)$  s'il existe  $x_0$  et  $a$  tel que pour tout  $x > x_0$ ,  $f(x) < ag(x)$

Dans notre cas de la recherche linéaire :

$$S = (n - 1) / 2$$

$$S < n$$


L'algorithme est en  $O(n)$

Algorithme en  $\Omega(n)$

F est élément de  $\Omega(g)$  s'il existe  $x_0$  et  $a$  tel que pour tout  $x > x_0$ ,  $f(x) > ag(x)$

Algorithme en  $\Theta(n)$

F est élément de  $\Theta(g)$  s'il existe  $x_0$ ,  $a_1$  et  $a_2$  tel que pour tout  $x > x_0$ ,  $a_1g(x) < f(x) < a_2g(x)$



# Algorithme Recherche Linéaire

## bilan de la croissance et recherche d'amélioration

L'algorithme de recherche linéaire a une croissance en  $O(an)$  avec  $0 < a < n$ .

Ce n'est pas l'algorithme de recherche dans un vecteur le plus rapide.

Peut-on améliorer cela ?

1/ trier les valeurs du tableau T en ordre croissant

3	7	8	12	24	31	40	50
---	---	---	----	----	----	----	----



## Algorithme Recherche Linéaire

bilan de la croissance et recherche d'amélioration

1/ trier les valeurs du tableau T en ordre croissant (suite)

S'il on veut rechercher la variable v de valeur 9.

on part de la position 0 (pos) et on progresse (pos + 1) de case en case.


Lorsque l'on arrive à la valeur 12 du tableau , on sait que  $v = 9$  n'est pas dans le tableau.

le programme retourne - 1.

Peut-on encore améliorer l'algo ?

Oui (il reste du temps avant la fin du cours)

2/ Algo de recherche par dichotomie



# Algorithme Recherche Linéaire

## bilan de la croissance et recherche d'amélioration

### 2/ Algo de recherche par dichotomie (suite)

Cette recherche suppose que le tableau soit trié dans l'ordre croissant :

a/ On choisit le milieu du tableau. Si le tableau possède un nombre de case pair, ce sera le rang  $n/2$ .

b/ On compare la valeur de  $v$  avec l'élément le plus petit ou plus grand que l'élément pivot.

Dans notre exemple, 3 comparaisons sont réalisées contre 4 dans le recherche non dichotomique.

En effet, à chaque itération, la taille du tableau  $T$  est divisée par 2.

$n$                        $n/2$                        $n/4$

La progression est en  $O(\log_2(n))$



# Algorithme de recherche de la valeur maximum d'un ensemble de valeurs

Nom de l'Algo : MAX

Données d'entrées : tableau T

Résultat : le rang de la plus grande valeur de T

Initialisation :  $v_{max} \leftarrow 0$

Pour i allant de 1 à longueur de T -1

Faire

    si  $T(i) < T(max)$  alors  $max \leftarrow i$

    fin si

Fait

Retourner max



# Algorithme de recherche de la valeur maximum d'un ensemble de valeurs

## Implémentation scheme

```
(define (max T)
  (let ((imax 0)
        (l (vector-length T)))
    (do ((i 1 (+ i 1)))
        ((> i l)
         imax)
      (if (> (vector-ref T imax))
          (set! imax i))))))
```

//procédure compteur

```
(set! n (+ 1 n))
```

//initialisation de n

(define n 0) au début et (set! n 0) à chaque exécution de programme.